

ข้อสอบกลางภาควิชา waves vibrations and optics (scpy 351)

วันที่ 12 ตุลาคม พ.ศ. 2558 เวลา 9.00-12.00 น.

ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน

1. 1.1 เชือกยาวเส้นหนึ่งมีมวลต่อความยาว 0.2 kg/m ถูกดึงด้วยแรงขนาดสม่ำเสมอ 500 N ตลอดทั้งเส้น จงหาอัตราเร็วของคลื่นตามขวางบนเชือกเส้นนี้และกำลังเฉลี่ยที่ต้องใช้เพื่อทำให้เชือกมี amplitude ในการสั่น 10 mm และความยาวคลื่น 0.5 m (2 คะแนน)

- 1.2 ถ้าเชือกเส้นนี้เชื่อมต่อกับเชือกอีกเส้นหนึ่งที่มีค่ามวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว 0.8 kg/m โดยกำหนดให้แรงดึงเชือกยังคงสม่ำเสมอตลอดเส้นเชือกทั้งสอง จงหา reflected intensity, transmitted intensity และถ้าต้องการ impedance matching ต้องเลือกเชือกที่แทรกระหว่างกลางให้มี impedance เป็นเท่าใดเพื่อให้ transmission ของ intensity เป็น 100% (3 คะแนน)

2. 2.1 จงแสดงให้เห็นว่า Group velocity v_g ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ในตัวกลางที่มีสมบัติ dispersion และดรรชนีหักเห n เขียนได้เป็น

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

เมื่อ c คือ อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ และ ω คือ ความถี่เชิงมุมของคลื่น (3 คะแนน)

- 2.2 เมื่อนำข้อมูลนี้ไปศึกษาการเคลื่อนที่ของ pulse คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจาก pulsar (pulsar คือ ดาวนิวตรอนที่หมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วสูงมาก และแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในลักษณะที่เป็น pulse ออกมา) ที่เดินทางมาถึงโลกในแนวเส้นตรง โดยผ่านตัวกลางระหว่างดวงดาว (interstellar medium) ที่มีค่าดรรชนีหักเห

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m \omega^2}$$

เมื่อ e คือ ประจุของอิเล็กตรอน $= 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

m คือ มวลของอิเล็กตรอน $= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

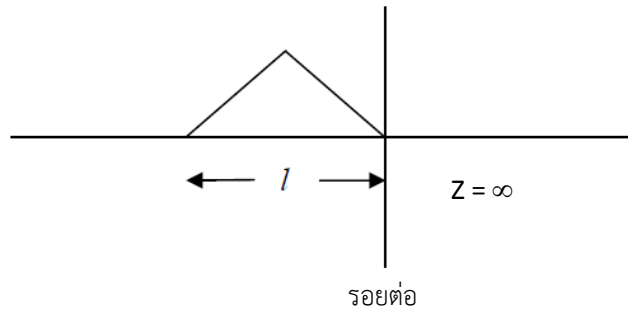
N คือ electron density ใน interstellar medium $= 3 \times 10^4 \text{ m}^{-3}$

และ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

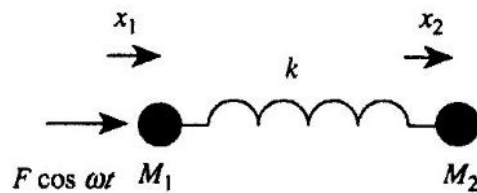
- จงหาระยะทางระหว่างโลกกับ pulsar เมื่อกำหนดให้สัญญาณคลื่นความถี่ 400 MHz และ 1400 MHz มาถึงโลกด้วยเวลาที่ต่างกัน 700 ms (7 คะแนน)

3. เนื่องจากอัตราเร็วของคลื่นเสียงในอากาศเขียนได้เป็น $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ เมื่อ γ สำหรับอากาศมีค่าประมาณ 1.4 P คือ ความดันอากาศ และ ρ คือความหนาแน่นของอากาศ ถ้าอากาศประพฤติตัวเสมือนก๊าซในอุดมคติ Molar mass ของอากาศใกล้ผิวโลกมีค่าเป็น $28.86 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ และ R ซึ่งเป็นค่าคงที่ของก๊าซมีค่าเท่ากับ $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ จงแสดงให้เห็นว่าอัตราเร็วของคลื่นเสียงในอากาศเขียนได้เป็น $v \approx 332 + 0.6t(^{\circ}C) \text{ m/s}$ (5 คะแนน)

4. รูปข้างล่างแสดงคลื่นรูปสามเหลี่ยมความยาว l บนเส้นเชือก กำลังเคลื่อนที่ไปทางขวาเข้าหารอยต่อที่มีตัวกลางสะท้อน มีค่า characteristic impedance $Z = \infty$ จงวาดรูปคลื่นลัพธ์หลังจากความยาว $l/4, l/2, 3l/4$ และ l ของคลื่นสามเหลี่ยมตกกระทบที่ผิวรอยต่อ (8 คะแนน)



5. มวล M_1 และ M_2 เชื่อมต่อกันด้วยสปริงเบาที่มีค่าคงตัวของสปริง k ดังรูป มวลทั้งสองเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระในแนวระดับ ถ้ามีแรง $F \cos \omega t$ กระทำต่อมวล M_1 ในแนวที่สปริงเชื่อมต่อกับมวลทั้งสองดังรูป



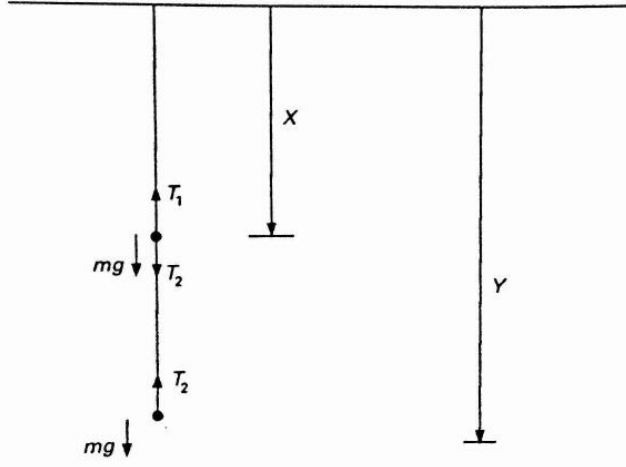
- 5.1 จงแสดงให้เห็นว่า การกระจัด x_1 ของมวล M_1 เขียนได้เป็น

$$x_1 = F \cos \omega t \frac{k - \omega^2 M_2}{\omega^2 (\omega^2 M_1 M_2 - k [M_1 + M_2])} \quad (5 \text{ คะแนน})$$

- 5.2 จงหาค่าความถี่ที่ทำให้เกิด resonance (2 คะแนน)

- 5.3 วาดกราฟคร่าว ๆ ระหว่าง amplitude ของ x_1 (แกนตั้ง) กับ ω (แกนนอน) (5 คะแนน)

6. รูปข้างล่างแสดง มวล m ถูกแขวนจากเพดานด้วยเชือกเบาที่มีความยืดหยุ่น (light elastic string) ซึ่งมีความยาวก่อนยืด (natural length) เป็น ℓ และ modulus of elasticity เป็น $3\lambda^2 \ell m$ ถ้ามีมวล m อีกก้อนหนึ่งถูกแขวนไว้ด้วย light elastic string อีกเส้นและผูกติดกับมวลก้อนแรก โดยมีความยาวก่อนยืดเป็น ℓ และ modulus of elasticity เป็น $2\lambda^2 \ell m$



กำหนด

- (a) เงื่อนไขเริ่มต้น (initial conditions) ดังนี้
- ตำแหน่งของมวลทั้งสองที่ เวลา $t = 0$ อยู่ตรงตำแหน่งเดียวกับตอนที่มวลทั้งสองอยู่ในสมดุล (equilibrium)
 - อัตราเร็วที่เวลา $t = 0$ ของมวลก้อนบนเป็น $7v$ ในทิศลงและของมวลก้อนล่างเป็น v ในทิศขึ้น
- (b) General displacement ของมวลก้อนบนและก้อนล่างเขียนได้เป็น

$$x(t) = A \sin \lambda \omega t + B \cos \lambda \omega t \quad \text{และ} \quad y(t) = C \sin \lambda \omega t + D \cos \lambda \omega t \quad \text{ตามลำดับ}$$

เมื่อ A, B, C และ D เป็น arbitrary constants

λ เป็นค่าคงตัว

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 6.1 ให้หาตำแหน่งสมดุลสำหรับมวลก้อนบน (อาจกำหนดให้เป็น X_0) และมวลก้อนล่าง (อาจกำหนดให้เป็น Y_0) ใน

เทอมของ g, λ และ ℓ (6 คะแนน)

- 6.2 ให้เขียน equation of motion สำหรับมวลทั้งสอง ณ เวลา t ใด ๆ (4 คะแนน)

- 6.3 จงแสดงให้เห็นว่า displacement ของมวลทั้งสอง ณ เวลา t ใด ๆ เขียนได้เป็น (10 คะแนน)

$$x(t) = \frac{v}{\lambda} \left[\sin \lambda t + \sqrt{6} \sin(\lambda t \sqrt{6}) \right] \quad \text{และ} \quad y(t) = \frac{v}{\lambda} \left[2 \sin \lambda t - \frac{\sqrt{6}}{2} \sin(\lambda t \sqrt{6}) \right]$$